# תזכורת

## דוגמה

שיעור 3 – ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים

# הגדרה

1. תהא העתקה לינארית . אם קיים ו כך ש אזי ערך עצמי של T וv ווקטור עצמי של T.
2. תהא . אם קיים ווקטור וקיים כך ש אזי v הוא ווקטור עצמי של A ו הוא ערך עצמי של A.

# הערה

אם v ווקטור עצמי של T(או A) אז גם ו"ע של T לכל

## הוכחה

v ו"ע לכן קיים ע"ע כך ש.  
יהי . כעת ⇦ ו"ע ובפרט עם אותו ע"ע.

# תרגיל

מצא את הערכים הע"ע של ,

## פתרון

כעת מניחים , ולכן (או מתוצאה (\*) או מ(\*\*) מקבלים ולכן . אז ישנם שני ע"ע . עבור , ולכן הווקטורים העצמיים המתאימים הם . עבור , ולכן הווקטורים העצמיים המתאימים הם

# הגדרה

המרחב העצמי של הערך העצמי הוא   
הערה: הוא תת מרחב וקטורי של V

# תרגיל

תהא מטריצה לא הפיכה. הוכח כי לA יש ע"ע אפס.

## הוכחה

מקבלים מטריצה עם שורת אפסים -

עשינו m פעולות עמודה: . נגדיר . בגלל שכל המטריצות האלה הפיכות , ולכן 0 הוא ע"ע של A.

# עובדה

ע"ע של A ⬄

הוא הפולינום האופייני של A. בפרט

# תרגיל

, חשבו את הע"ע.

## פתרון

# תרגיל

הוכח או הפרך: תהא ו פעולת שורה אלמנטרית.

1. *לA ול אותם ערכים עצמיים*
2. *לA ול אותם מ"ע.*

## הפרכה

, ע"ע ,

*ע"ע ,*

# הערות חשובות

1. אם ו"ע המתאימים לn ע"ע שונים אזי הם בת"ל.
2. יהי E בסיס של V. אם v ו"ע של T אזי הוא ו"ע של .
3. למטריצות דומות יש אותם ערכים עצמיים.

(\*) הערכים של מטריצה אלכסונית\משולשית עליונה\תחתונה הם אברי האלכסון.

לכסון

# הגדרות

1. העתקה לינארית נקראת לכסינה אם קיים בסיס B לV כך ש היא אלכסונית.
2. היא לכסינה אם קיימת הפיכה כך ש אלכסונית.(כלומר A דומה למטריצה אלכסונית)

# משפט הלכסון

1. ה"ל לכסינה ⬄ לV יש בסיס המורכב מווקטורים עצמיים של T.
2. לכסינה ⬄ קיים בסיס ל המורכב מווקטורים עצמיים של A.

# שאלה ממבחן 2010 מועד א'

1)ב. מטריצה לא הפיכה. מתקיים הוכח או הפרך כי A לכסינה.

## הוכחה

מהם הערכים העצמיים של A? : (בגלל ש) ו0(כי A לא הפיכה). לכן בסיס...

# הגדרה

בלוק ג'ורדן הוא מטריצה ריבועית . דוגמה: .

## תרגיל

1. מצאו את הע"ע של   
   פתרון: הע"ע היחיד הוא
2. מצאו את המרחב העצמי המתאים

### פתרון

חופשי ⇦

# תרגיל

תהא מטריצה נילפוטנטית מסדר k, דהיינו

1. *מהם הע"ע של A?*
2. *הוכח כי הפיכה ⬄*
3. *הוכח כי*

## "פתרון"

1. , ,... ⇦ .
2. , ,... בסוף מגיעים ל .  
   אם אזי כלומר זו מטריצה הפיכה  
   אם אזי מחלק אפס(של M)